BREVET BLANC

***

MATHEMATIQUES

***

Année 2016

Sujet B

L'orthographe, le soin, la qualité, la clarté et la précision des raisonnements seront pris en compte à hauteur de ***4 points sur 40*** dans l'appréciation de la copie.

L'usage de la calculatrice est autorisé conformément au règlement en vigueur pour le *Brevet National des Collèges*. Cependant, on veillera à **détailler les calculs** et à **justifier les réponses données**

Exercice 1 : **QCM (A faire sur la feuille ANNEXE)**

Exercice 2 : On donne $A = (3x + 2)^2 – (3x+2)(2x+11)$

1. Développer et réduire A.
2. Calculer A dans les cas suivants :
   - **a)** $x = 2\sqrt{5}$
   - **b)** $x = –2$
3. Factoriser A.
4. Résoudre l'équation $(3x + 2)(x – 9) = 0$

Exercice 3 : Mathilde et Eva se trouvent à la Baie des Citrons.

Elles observent un bateau de croisière quitter le port de Nouméa. Mathilde pense qu'il navigue à une vitesse de 20 nœuds. Eva estime qu'il navigue plutôt à 10 nœuds.

Elles décident alors de déterminer cette vitesse mathématiquement.

Sur son téléphone, Mathilde utilise d'abord la fonction chronomètre.

Elle déclenche le chronomètre quand l'avant du navire passe au niveau d'un cocotier et l'arrête quand l'arrière du navire passe au niveau du même cocotier ; il s'écoule 40 secondes.

Ensuite, Eva recherche sur Internet les caractéristiques du bateau. Voici ce qu'elle a trouvé :

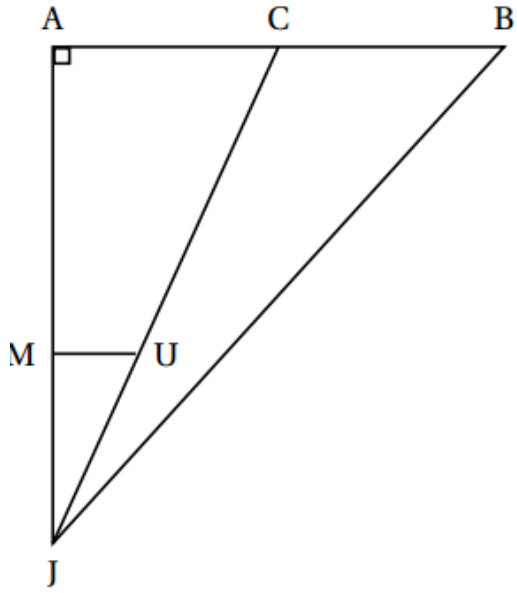
Caractéristiques techniques :
Longueur : **358** m
Largeur : **35** m
Calaison : **7** m
Mise en service : **1991**
Nombre maximum de passagers : **1 695**
Membres d'équipage : **683**

Questions :

1. Quelle distance a parcouru le navire en 40 secondes ?
2. Qui est la plus proche de la vérité, Mathilde ou Eva ? Justifier la réponse.

Rappel : Le « nœud » est une unité de vitesse.
Naviguer à 1 nœud signifie parcourir 0,5 mètre en 1 seconde.
Dans cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

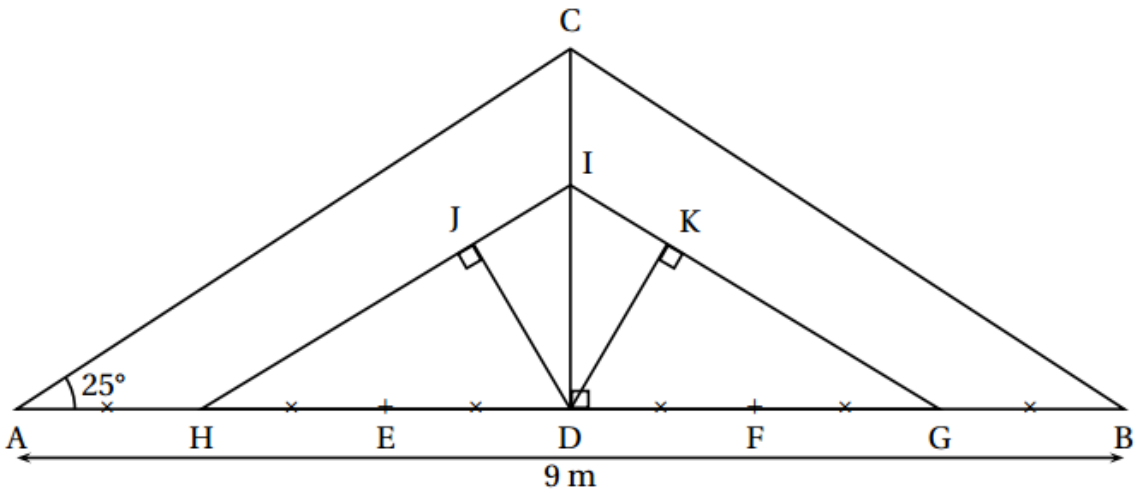
Exercice 4 : *On considère la figure ci-contre qui n'est pas à l'échelle.*



- Le triangle JAB est rectangle en A.
- Les droites (MU) et (AB) sont parallèles.
- Les points A, M et J sont alignés.
- Les points C, U et J sont alignés.
- Les points A, C et B sont alignés.
- AB = 7,5 m.
- MU = 3 m.
- JM = 10 m.
- JA = 18 m.

1. Calculer la longueur JB.
2. Montrer que la longueur AC est égale à 5,4 m.
3. Calculer l'aire du triangle JCB.

Exercice 5 : Un charpentier doit réaliser pour un de ses clients la charpente dont il a fait un schéma ci-dessous :



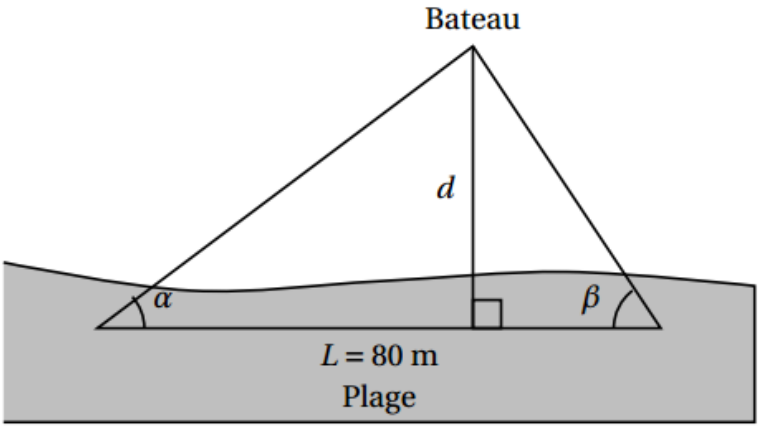
Il ne possède pas pour le moment toutes les dimensions nécessaires pour la réaliser mais il sait que :

- la charpente est symétrique par rapport à la poutre [CD],
- les poutres [AC] et [HI] sont parallèles.

Vérifier les dimensions suivantes, calculées par le charpentier au centimètre près. Toutes les réponses doivent être justifiées.

1. Démontrer que hauteur CD de la charpente est égale à 2,10 m.
2. Démontrer, en utilisant la propriété de Pythagore, que la longueur AC est égale à 4,97 m.
3. Démontrer, en utilisant la propriété de Thalès, que la longueur DI est égale à 1,40 m.
4. Proposer deux méthodes différentes pour montrer que la longueur JD est égale à 1,27 m. On ne demande pas de les rédiger mais d'expliquer la démarche.

Exercice 6 : Un bateau se trouve à une distance d de la plage.



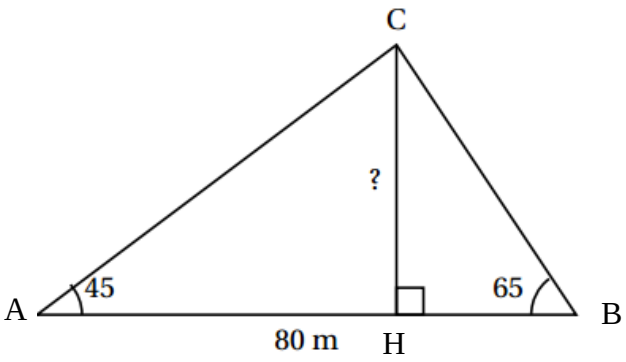
Supposons dans tout le problème que α = 45°, β = 65° et que L = 80 m.

1. Conjecturons la distance d à l'aide d'une construction Mise au point par Thalès (600 avant JC), la méthode dite de TRIANGULATION propose une solution pour estimer la distance d.

a. Faire un schéma à l'échelle 1/1 000 (1 cm pour 10 m).

b. Conjecturer en mesurant sur le schéma la distance d séparant le bateau de la côte.

2. Déterminons la distance d par le calcul



a. Expliquer pourquoi la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$ est de 70°.

b. Dans tout triangle ABC, on a la relation suivante appelée « loi des sinus » :

$$\frac{BC}{\sin\widehat{A}} = \frac{AC}{\sin\widehat{B}} = \frac{AB}{\sin\widehat{C}}.$$

En utilisant cette formule, calculer la longueur BC. Arrondir au cm près.

c. En déduire la longueur CH arrondie au cm près.

Exercice 7 : Soient les fonctions f, g et h définies par :

$f(x) = 6x$ $\quad$ $g(x) = 3x^2 - 9x - 7$ $\quad$ et $\quad$ $h(x) = 5x - 7$.

À l'aide d'un tableur, Pauline a construit un tableau de valeurs de ces fonctions. Elle a étiré vers la droite les formules qu'elle avait saisies dans les cellules B2, B3 et B4.

B3		= 3 * B1 * B1 − 9 * B1 − 7						
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	x	−3	−2	−1	0	1	2	3
2	$f(x) = 6x$	−18	−12	−6	0	6	12	18
3	$g(x) = 3x^2 - 9x - 7$	47	23	5	−7	−13	−13	−7
4	$h(x) = 5x - 7$	−22	−17	−12	−7	−2	3	8

1. Utiliser le tableur pour déterminer la valeur de h (−2).
2. Écrire les calculs montrant que : g (−3) = 47.
3. Faire une phrase avec le mot « antécédent » pour traduire l'égalité : g (−3) = 47.
4. Quelle formule Pauline a-t-elle saisie dans la cellule B4 ?
5. Déduire du tableau ci-dessus une solution de l'équation ci-dessous : $3x^2 - 9x - 7 = 5x - 7$.
6. Cette équation a-t-elle une autre solution que celle trouvée grâce au tableur ? Justifier la réponse.

Dans cette question, toute trace de recherche, même inaboutie sera prise en compte et valorisée.

Exercice 8 :

Un site internet propose de télécharger légalement des clips vidéo. Pour cela, sur la page d'accueil, trois choix s'offrent à nous :

• **Premier choix** : téléchargement direct sans inscription. Avec ce mode, chaque clip peut être téléchargé pour 4 euros.

• **Deuxième choix** : téléchargement membre. Ce mode nécessite une inscription à 10 euros, valable un mois et permet d'acheter par la suite chaque clip pour 2 euros.

• **Troisième choix** : téléchargement premium. Une inscription à 50 euros permettant de télécharger tous les clips gratuitement pendant un mois.

1. Je viens pour la première fois sur ce site et je souhaite télécharger un seul clip. Quel est le choix le moins cher ?

2. Pour cette question, utiliser l'annexe 1.

a. Compléter le tableau.

b. À partir de combien de clips devient-il intéressant de s'inscrire en tant que membre ?

3. Dans cette question, x désigne le nombre de clips vidéo achetés. f, g et h sont trois fonctions définies par :

• $f(x) = 2x + 10$ $\quad$ • $g(x) = 50$ $\quad$ • $h(x) = 4x$

a. Associer chacune de ces fonctions au choix qu'elle représente (direct, membre ou premium).

b. Dans le repère de l'annexe 2, tracer les droites représentant les fonctions f , g et h.

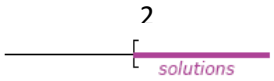
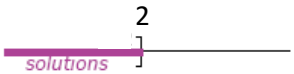
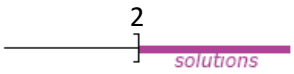
c. À l'aide du graphique, déterminer le nombre de clips à partir duquel l'offre premium devient la moins chère.

FEUILLE ANNEXE

(à rendre avec la copie)

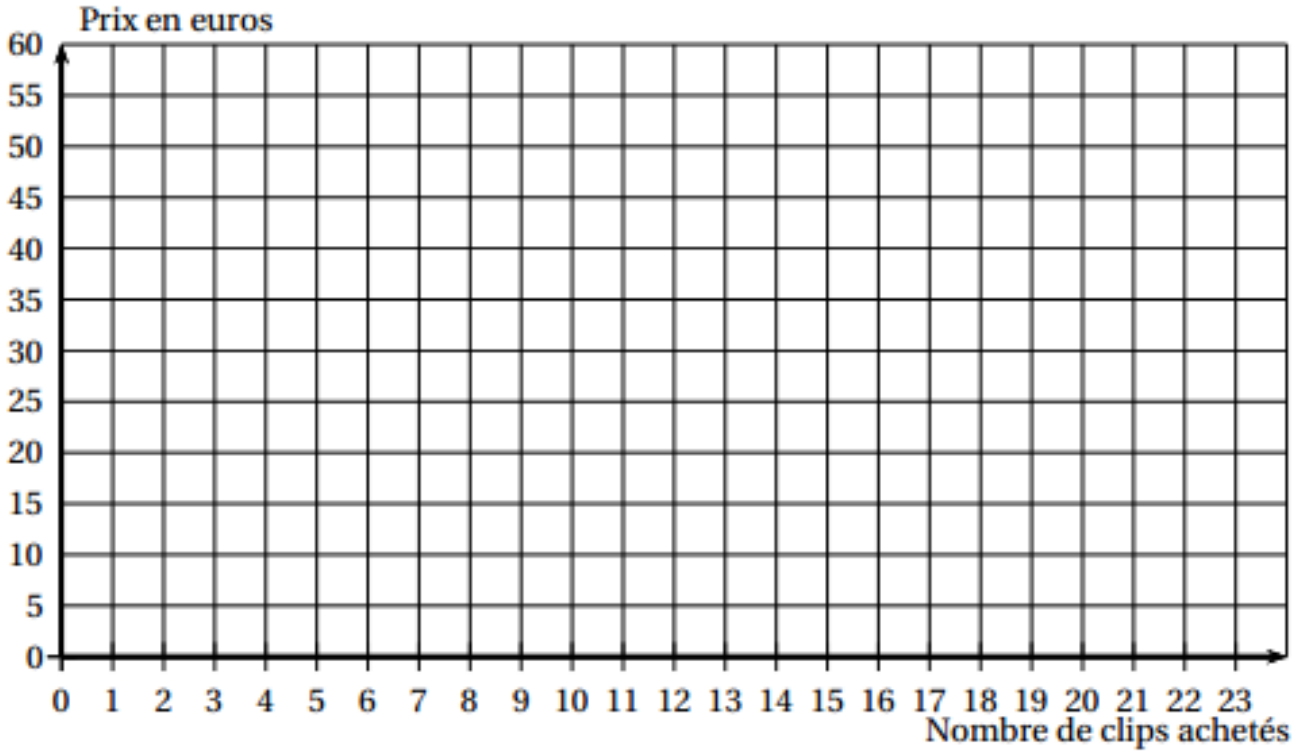
N° place : ……. (complété par le candidat)

Exercice 1 : Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (**QCM**). Pour chaque question, une seule des trois réponses proposées est exacte. Entourer la bonne réponse, sans justifier.

Questions posées		Réponses proposées		
1.	Les solutions de l'équation $(x-4)(3x+2)=0$ sont :	-4 et $-\frac{2}{3}$	4 et $-\frac{3}{2}$	4 et $-\frac{2}{3}$
2.	$\frac{9\times10^{-2}\times28\times10^{3}}{14\times10^{-3}}$ est égal à :	$1{,}8\times10^{5}$	0,18	18 000
3.	Un article coûte 120€ une fois soldé, il coûte 80€. Quel est le pourcentage de réduction ?	25%	75%	30%
4.	$\frac{\sqrt{24}}{2}$ est égal à :	2,4	$\sqrt{6}$	$\sqrt{12}$
5.	Les solutions de l'inéquation $5x+23< 19x-4$ sont :			
6.	Une solution de l'équation $3x^2-3x-6=0$ est :	2	0	-2
7.	Lorsqu'on regarde un angle de 16° à la loupe de grossissement 2, on voit un angle de :	16°	8°	32°

Exercice 8 :

ANNEXE 1 - Exercice 8

Nombre de clips	1	2	5	10	15
Prix en euros pour le téléchargement direct	4	8			
Prix en euros pour le téléchargement membre	12	14			
Prix en euros pour le téléchargement premium	50	50			

ANNEXE 2 - Exercice 8